1. **Expressões indefinidas e indeterminadas no Cálculo.**

**2.1 Expressão indefinida k/0, com k ≠0,**

As expressões algébricas da forma K/0, com k≠0, não existem, pois consideremos um número x=k/0, teríamos que k=x.0, sendo por hipótese k≠0, logo não existe um número para x que satisfaça a igualdade. Isso porque qualquer número multiplicado por zero resultará em zero, portanto a divisão 1/0 é indefinida.

Porém, a divisão 1/0 pode ser contornada em se tratando de limites, ou seja, esta divisão pode ser infinita aplicando-se valores aos quocientes próximos a zero:

1/0,1=10  
1/0,01=100  
1/0,001=1000  
1/0,0001=10000  
1/0,00001 = 100000

...

1/0,0000000000001 = número muito grande

Nota-se que quanto mais próximo o denominador de zero, maior é o valor da divisão tendendo ao infinito. Portanto, embora 1/0 seja indefinido no conjunto dos números, ficaria definido no cálculo de limites através do objeto numérico infinito. É importante destacar que o infinito não é um número real, não podendo ser realizadas determinadas operações aritméticas, as quais levariam a resultados absurdos e contraditórios.

**2.2 Expressão indeterminada 0/0.**

Pode-se pensar no 0/0 como sendo igual a 1, tendo em vista que todo número dividido por si mesmo é igual a 1. Porém ao supor que 0/0=1, temos que 2 = 2 x 1 = 2 x (0/0) = (2 x 0)/0 = 0/0 = 1 (uma contradição), logo conclui-se que se trata de uma indeterminação podendo o resultado desta divisão ser qualquer valor real imaginável.

No entanto, pode-se pensar também que 0/0 seja igual a 0, partindo da observação de que 0/1 = 0/2 = 0/3 = etc = 0. Usando o raciocínio anterior tem-se 0/0 = (2\*0)/0 = 2\*0/0 = 2\*0 = 0, não produzindo uma indeterminação, contudo, a definição 0/0 = 0 também é inaceitável pois produz resultados não naturais.

Analisando as regras aritméticas onde a divisão é o oposto da multiplicação, logo temos que 0/0 poderá assumir qualquer valor numérico, pois qualquer número ao ser multiplicado por zero é igual a zero.

**2.3 Expressão indeterminada 00.**

Durante vários séculos, alguns matemáticos como Euler e Cauchy estudaram a polêmica do valor 00. No entanto, a resposta desta polêmica foi revelada somente mais tarde pela contribuição de outros matemáticos.

Partindo do pressuposto de que 00 é igual a 1, pois todo número n0 (para n não nulo) ao se forçar n=0, levaria a considerar como natural definir 00 = 1.

Por outro lado, é razoável também pensar que 00 seja igual a zero, tendo em vista que 0n = 0 (para n não nulo), portanto 00 = 0.

Existe uma longa discussão entre matemáticos, no entanto, não se pode dar uma resposta universalmente válida para 0/0, normalmente é mais conveniente definir 0/0 = 1, porém há situações como no cálculo de limites, onde a prática é considerá-lo como uma forma indeterminada.

Existem também outras formas de indeterminações:

* ∞-∞;
* 0.∞;
* ∞/∞;
* 1∞;
* ∞0

No próximo capítulo será analisada e exemplificada através de cálculos de limites algumas dessas expressões indeterminadas onde se fará uso de artifícios algébricos para levantar essas indeterminações.

1. O limite de uma função

O estudo de limite de uma função visa determinar o que acontece (estudo do comportamento) com valores da imagem da função quando, no domínio dessa função, tomamos valores suficientemente próximos de um determinado ponto (número).

- Definição intuitiva de Limite de uma função

(Stwert, 2006, p. 93) definição intuitiva de limite. Caderno

Grosso modo, isso significa que a existência de um limite de uma função, quando x tende a “a”, não depende necessariamente que a função esteja definida no ponto “a” pois quando calculamos um limite, consideramos os valores da função tão próximos quanto queiramos do ponto “a”, porém diferente de “a”, ou seja, consideramos os valores da função na vizinhança do ponto “a”.

Deve-se prestar atenção quando se diz que x ≠a na definição de limite, ou seja, significa que ao procurar o limite de f(x) quando x tende a a nunca consideramos x=a. Na verdade, f(x) não precisa sequer estar definida quando x=a. A única coisa que importa é como f está definida próximo de a.

Exemplo caderno 1

Definição formal de limite p. 115 Facceda caderno

Primeiramente se dará o exemplo de limite na forma indefinida quando k é uma constante diferente de zero (K/0).(fazer como exemplo do trabalho da Rogele) ou (livro faccenda pg 99) <http://www.somatematica.com.br/superior/limites/limites4.php> (folha)

- As Formas Indeterminadas

Para o cálculo do limite de uma função basta substituir o valor para o qual o x está tendendo (valor genérico “a”) na expressão de f(x). No entanto, esta regra falha, algumas vezes (nem sempre para funções racionais). Isto acontece quando se faz a substituição direta de x por seu valor de tendência e encontram-se indeterminações. É importante entender que, quando isso acontece, não estamos diante da resposta final. Neste caso, deverá se utilizar de artifícios algébricos para obter a resposta correta.

- Forma do tipo 0/0 – caderno

Exemplo de senx/x – pg 95 livro faccenda (apostila Rogele)

* Forma do tipo 0.∞ (exemplo trabalho rogele pg 24)
* Forma do tipo ∞/∞(exemplo trabalho rogele pg 24) exemplo livro Cálculo A pg86

(nos exemplos acima.....pegar a conclusão do trabalho da rogele)

* Forma do tipo ∞-∞(trabalho Rogele pg 26) exemplo livro Cálculo A pg 90
* Forma do tipo 1∞, 00, ∞∞  (não achei nada sem o uso de regra de lHôpital)

Percebe-se que os casos de indeterminações foram resolvidos através do uso de técnicas matemáticas, porém existe outro método para resolvê-los, conhecido como Regra de L’Hôpital, a qual não explanaremos neste trabalho.